

13. Павленко П.П. Дослідження приладу УИМ-21. // Вісник Харківського ун-ту, №82. Астрономія. Вип. 7.– Харків: ХДУ, 1972. – С. 87 – 102.

14. Павленко П.П., Балан Т.В., Чуйченко О.Є. Дослідження зміни кривизни напрямних лінійок координатно-вимірювальних приладів КИМ-3 та УИМ-21 Астрономічної обсерваторії Харківського університету. // Вісник Київського університету. Астрономія. Вип. 34. – Київ, 1997. – С. 92 – 93.

RESEARCH ON STATISTICAL DISTRIBUTIONS OF OBSERVATION ERRORS OF MINOR PLANETS

D.G. Broslavets¹, I.V. Dzhun¹, G.K. Gorel², L.A. Gudkova²

¹International University "REHI", Rovno, Ukraine, notar@rivne.com

²Nikolaev astronomical observatory, Nikolaev, Ukraine, gudkova@mao.nikolaev.ua

Test of Branham's conclusion about non-Gauss character of observation errors of minor planets was carried out. Observations of 12 selected minor planets (SMP) taken with Zone Astrograph ($F=2.04$ m, $D=0.12$ m, field $5^\circ \times 5^\circ$) of Nikolaev Astronomical Observatory during 1961-1995 were used for the test. Two series of (O-C) differences obtained in FK5 and ICRS systems are investigated. It is shown that (O-C) differences for some minor planets have non-Gauss character of distribution by statistical criterions. Anomaly (O-C) differences are mainly the reason of this effect because the number of the differences exceed greater expected for Gauss ones. Thus use of least squares method for processing of the minor planet (1, 2, 3, 7, 18, 704) observations is of preliminary character. Weight function are suggested for crushing of the anomaly (O-C) differences.

ДОСЛІДЖЕННЯ СТАТИСТИЧНОГО РОЗПОДІЛУ ПОХИБОК СПОСТЕРЕЖЕНЬ МАЛИХ ПЛАНЕТ, Д.Г.Брославець, І.В.Джунь, Г.К.Горель, Л.О.Гудкова - Виконана перевірка висновку Бренхема Р.Л. відносно негаусового характеру розподілу похибок спостережень малих планет. Для цього були використані спостереження 12 вибраних малих планет на зонному астрографі ($F = 2,04$ м, $D = 0,12$ м, поле $5^\circ \times 5^\circ$) Миколаївської астрономічної обсерваторії в 1961 - 1995рр. Досліджувались два ряди (O - C), одержаних в системах FK5 і ICRS. За допомогою статистичних критеріїв показано, що в обох рядах (O - C) для деяких планет мають негаусовий характер розподілу. Причиною цього являється в основному присутність аномальних (O - C), число яких в декілька разів більше очікуваних по Гауссу. Таким чином застосування методу найменших квадратів для обробки даних по планетам 1, 2, 3, 7, 18, 704 має поки що попередній характер, Для пригнічення аномальних значень (O - C) запропонована вагова функція.

ИССЛЕДОВАНИЕ СТАТИСТИЧЕСКИХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ ОШИБОК НАБЛЮДЕНИЙ МАЛЫХ ПЛАНЕТ, Д.Г. Брославец, И.В Джунь, Г.К. Горель, Л.А. Гудкова - Выполнена проверка вывода Бренхема Р. Л. относительно негаусова характера распределения ошибок наблюдений малых планет. С этой целью исполь-

зованы наблюдения 12 избранных малых планет (ИМП), полученные на зонном астрографе ($F=2.04$ м, $D=0.12$ м, поле $5^\circ \times 5^\circ$) Николаевской астрономической обсерватории в 1961-1995 гг. Исследовались два ряда (О-С), полученные в системах FK5 и ICRS. На основе применения статистических критериев показано, что в обеих сериях разности (О-С) для некоторых планет имеют негауссов характер распределения. Причиной этого является в основном наличие аномальных (О-С), число которых в несколько раз больше ожидаемого их числа по Гауссу. Поэтому применение метода наименьших квадратов к обработке данных по планетам 1, 2, 3, 7, 18, 704 имеет пока предварительный характер. Для подавления аномальных значений (О-С) предложена весовая функция.

Идея учета особенностей статистических распределений ошибок наблюдений малых планет с целью повышения эффективности получаемых оценок не нова. Так, еще в 1986г., Бренхем Р. Л. испытал различные виды робастных Lp процедур при обработке ряда 21365 оптических наблюдений малых планет 6-9, и 15, исходя из предположения, что распределения разностей (О-С) с тяжелыми «хвостами» скорее обычны, чем исключительны [6]. В этой же работе Бренхем высказал предположение, что анализ распределений (О-С) позволяет установить не только p-норму минимизации, но и является средством испытания теории движения планет, т.е. качества их эфемерид. То обстоятельство, что он использовал в своих вычислениях решения L_1 , $L_{1.5}$ свидетельствуют о существенной ненормальности распределений (О-С) с эксцессами соответственно от +3.00 до +0.76.

Исследование Бренхема показало не только целесообразность использования робастных методов при обработке наблюдений малых планет, но и необходимость более широкой проверки его выводов относительно негауссового характера разностей (О-С) на других рядах наблюдений. В работе [2] упомянутое предположение Бренхема специально не проверялось. Поэтому, с целью проверки вывода работы [6] о характере распределения разностей (О-С), мы воспользовались наблюдениями избранных малых планет (ИМП), выполненных на зонном астрографе Николаевской обсерватории по программе ИПА РАН в 1961-1995 гг. Статистика этих наблюдений дана в таблице 1. Основным недостатком этого ряда непрерывных наблюдений 12 ИМП, нарушающего его однородность, была обработка в системах разных опорных каталогов и различная методика обработки наблюдений в течение 35 лет. Поэтому в 1993-1995гг., все наблюдения с использованием старых измерений и опорного каталога PRM, по новым программам редукции были переведены на систему фундаментального каталога FK5. Анализируемая нами первая серия из 2328 значений (О-С) по α и δ получена на основе сравнения найденных в системе FK5 положений 12 ИМП с эфемеридами этих планет, вычисленных в ИТА РАН Батраковым Ю. В. и Чернетенко Ю. А. Уравнения движения ИМП в прямоугольных координатах интегрировались совместно с уравнениями в вариациях по методу Эверхарда 15 порядка. Координаты больших планет вычислялись по эфемериде DE200/LE200. Кроме возмущений от больших планет

учитывались также возмущения от 5 малых планет (№№ 1, 2, 4, 7, 324), влияние которых включено в эфемериду DE200/LE200.

Таблица 1. Сводка наблюдений ИМП в Николаеве в 1961-1995 гг.

Название планеты	Период наблюдений	Количество положений	Количество оппозиций
1 Neres	1961 – 95	211	21
2 Pallas	1961 – 95	257	25
3 Juno	1961 – 94	243	24
4 Vesta	1961 – 95	232	22
6 Hebe	1961 – 94	219	22
7 Iris	1961 – 94	193	19
11 Parthenope	1961 – 93	191	19
18 Melpomene	1961 – 93	209	19
39 Laetitia	1961 – 93	237	24
40 Harmonia	1961 – 94	203	21
532 Herculina	1961 – 92	68	9
704 Interamnia	1961 - 90	65	7

Вторая серия из 2328 значений (О-С) была получена в результате переработки этих же наблюдений в системе ICRS с координатами опорных звезд из каталогов Hipparcos, Tycho и собственными движениями из ASTRC.

Для проверки гипотезы о нормальном распределении значений (О-С), вычисленных по каждой из наблюдавшихся ИМП, мы воспользовались методом, описанным в [1]. Суть этого метода состоит в том, что если случайная величина распределена нормально с параметрами (α, σ) , то:

$$\Delta = \frac{M |\mathbf{x} - \mathbf{a}|}{\mathbf{s}} = \sqrt{\frac{2}{\mathbf{p}}}; \quad \mathbf{g} = \frac{M(\mathbf{x} - \mathbf{a})^3}{\mathbf{s}^3} = 0; \quad \mathbf{b}_2 = \frac{M(\mathbf{x} - \mathbf{a})^4}{\mathbf{s}^4} = 3, \quad (1)$$

где Δ - нормированное среднее абсолютное отклонение; γ - коэффициент асимметрии; β_2 - куртозис. Для оценки величин Δ , γ , β_2 использованы выборочные моментные отношения:

$$d_j = \frac{\sum_{i=1}^{n_j} |x_{ij} - \bar{x}_j|}{n_j S_j}; \quad g_j = \frac{\sum_{i=1}^{n_j} (x_{ij} - \bar{x}_j)^3}{n_j S_j^3}; \quad b_j = \frac{\sum_{i=1}^{n_j} (x_{ij} - \bar{x}_j)^4}{n_j S_j^4}, \quad (2)$$

$$\text{где } \bar{x}_j = \sum_{i=1}^{n_j} x_{ij} / n_j; \quad S_j^2 = \sum_{i=1}^{n_j} (x_{ij} - \bar{x}_j)^2 / n_j; \quad (3)$$

n_j - число наблюдений j-той планеты.

Гипотезу нормальности мы считали выполненной, если:

$$d_{95} \leq d \leq d_5; \quad |g_1| \leq g_5; \quad b_{95} \leq b \leq b_5 \quad (4)$$

где $d_5, d_{95}, g_5, b_5, b_{95}$ - значения соответствующих процентных точек для статистик d, g, b , взятые из [1]. Результаты проверки гипотезы нормальности (О-С) по каждой из двух серий (О-С) даны в табл. 2, в которой значения моментных отношений (2), полученные для первой серии разностей (О-С) обозначены через: d'_j, g'_j, b'_j , а для второй - d''_j, g''_j, b''_j .

Сравнивая значения стандартных уклонений S_j , мы видим, что во всех случаях $S'_j > S''_j$, т.е. обработка наблюдений в системе ICRS дает более эффективные оценки. Однако, разности (О-С), полученные в этой системе, в целом более сильно отклоняются от нормального закона, нежели (О-С), вычисленные для первой серии. Это подтверждается такой статистикой: при 72 проверках гипотезы нормальности мы должны были ожидать по крайней мере 7 отрицательных исходов в случае приемлимости H_0 . Фактически отрицательных исходов для первой серии – 12, во второй – 22, т.е. для первой среднее число отклонений гипотезы H_0 почти в два раза, а для второй – в три раза больше ожидаемого их числа. (В табл. 2 в случае отрицания гипотезы H_0 выделены жирным шрифтом).

Обычно считают, что уменьшение систематических ошибок (в данном случае – каталожных ошибок) должно приближать эмпирические распределения разностей (О-С) к нормальному закону. Однако, это правило соблюдается лишь в том случае, когда распределение разностей (О-С) имеет отрицательный эксцесс ϵ . Если $\epsilon=0$, или $\epsilon>0$, то это правило уже не действует, вернее действует более общее, фундаментальное правило: исключение ошибок из результатов наблюдений всегда приводит к увеличению эксцесса разностей (О-С). Это правило подтверждает сравнение колонок 12 и 13 табл.2. В колонке 12 выборочные моментные отношения превосходят табличные значения только два раза, тогда как в колонке 13 девять раз. Иными словами, уменьшение каталожных ошибок оказалось фактором нарушения нормальности остатков (О-С) и свидетельствует о возросшей важности применения робастных процедур при обработке наблюдений малых планет. В особенности это касается планет: 1, 2, 3, 7, 18, 704. Анализ разностей по каждой планете показал, что основной причиной попадания статистик d, g, b в критические области является наличие аномальных (О-С), т.е. наличие тяжелых «хвостов» распределений. Это позволяет сделать вывод о том, что применение метода наименьших квадратов, по крайней мере к обработке данных по планетам 1, 2, 3, 7, 18, 704, имеет пока предварительный характер. Считать такую обработку окончательной не совсем корректно, во всяком случае до того времени, пока на основе более обширных исследований статистических распределений разностей (О-С) не будет найдена весовая функция значений (О-С) для каждой планеты, позволяющая подавить влияние “тяжелых хвостов”.

Таблица 2. Значения критериев отклонения статистических распределений от нормального закона, вычисленных для двух серий разностей (О-С).

№№ ИМП	n	S_j	S_j''	Δ			γ			β_2		
				d_5 d_{55}	d_j	d_j''	g_5	g_j	g_j''	b_5 b_{55}	b_j	b_j''
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1 ^a d	211	0.164	0.118	0.822	0.760	0.742	0.274	-0.129	0.335	3.56	3.59	4.68
		0.164	0.136	0.774	0.785	0.758		-0.089	0.218	2.52	3.07	3.92
2 ^a d	257	0.168	0.130	0.820	0.794	0.777	0.248	-0.150	-0.208	3.50	3.16	3.86
		0.172	0.146	0.776	0.779	0.761		0.092	0.367	2.56	3.13	3.70
3 ^a d	243	0.179	0.142	0.821	0.779	0.757	0.255	0.031	0.100	3.52	3.19	3.93
		0.185	0.157	0.776	0.779	0.791		0.057	0.132	2.54	3.01	3.14
4 ^a d	232	0.173	0.126	0.821	0.796	0.791	0.261	0.014	0.101	3.53	3.12	3.30
		0.186	0.142	0.775	0.807	0.769		-0.203	0.108	2.54	2.77	3.41
6 ^a d	219	0.185	0.162	0.822	0.773	0.779	0.269	-0.177	0.208	3.55	3.32	3.33
		0.170	0.149	0.775	0.792	0.789		0.072	0.017	2.53	2.92	3.35
7 ^a d	193	0.205	0.166	0.824	0.786	0.760	0.285	0.020	0.060	3.58	3.07	3.44
		0.195	0.172	0.773	0.799	0.764		-0.038	-0.384	2.50	3.09	4.50
11 ^a d	191	0.211	0.180	0.824	0.830	0.782	0.286	-0.039	-0.043	3.59	2.52	3.38
		0.180	0.169	0.773	0.780	0.779		0.167	0.116	2.50	3.28	3.66
18 ^a d	209	0.188	0.156	0.822	0.762	0.728	0.275	0.056	0.134	3.56	3.75	5.07
		0.198	0.172	0.774	0.771	0.758		-0.352	-0.215	2.52	3.43	3.90
39 ^a d	237	0.212	0.175	0.821	0.797	0.797	0.259	-0.027	-0.114	3.53	3.44	3.36
		0.194	0.179	0.775	0.808	0.776		-0.133	-0.159	2.54	2.57	2.97
40 ^a d	203	0.240	0.199	0.823	0.787	0.787	0.278	-0.383	-0.186	3.57	3.05	3.10
		0.203	0.185	0.774	0.822	0.806		0.070	0.169	2.51	2.59	3.01
532 ^a d	68	0.227	0.143	0.841	0.853	0.784	0.466	-0.036	-0.314	3.92	2.38	3.00
		0.206	0.156	0.757	0.821	0.795		0.259	0.106	2.21	2.28	2.71
704 ^a d	65	0.197	0.130	0.842	0.796	0.745	0.476	0.556	-0.414	3.94	3.36	3.60
		0.178	0.137	0.757	0.790	0.794		-0.610	-0.193	2.20	3.00	2.84

Наиболее простым решением проблемы в этом случае есть использование весовых функций, полученных на основе оценок эксцесса распределения [3]:

$$p_i = \frac{5\beta_2 - 9}{2\beta_2\sigma^2 - \epsilon v_i}, \quad (5)$$

где β_2 , ϵ соответственно кurtosis и эксцесс распределения, σ – стандарт и $v_i = x_i - \bar{x}$. В первом приближении веса p_i находят при $\bar{x} = \sum x_i l_n$, в следующих – вместо \bar{x} используют средневзвешенные значения. Отметим, что весовая функция (5), впервые примененная при обработке широтных наблюдений, является одним из важных достижений федоровской научной школы, так как она, в отличие от многих весовых функций, получена не эвристически, а аналитически на основе метода максимума правдоподобия [5]. Умножая во втором приближении все уравнения ошибок на $\sqrt{p_i}$, находим при условии $[\text{rvv}] = \text{min}$ новые, более эффективные значения оценок искомых поправок.

В целом, использование весовых функций представляет собой естественную эволюцию классического метода наименьших квадратов и не требует какого-либо существенного изменения пакета его прикладных программ [4].

ЛИТЕРАТУРА.

1. Большев Л.Н., Смирнов Н.В. Таблицы математической статистики. М.: ВЦ АН СССР, 1968 – 478 С.
2. Горель Г. К., Гудкова Л.А. Результаты перевода наблюдений тел Солнечной системы 1961-1998г. на современную систему ICRS,- Кинематика и физика небес. тел. приложение - 1999 №1, С.90-93.
3. Джунь И. В. Анализ параллельных широтных наблюдений, выполненных по общей программе. Автореферат дис. канд. физ.-мат. наук. Киев, 1974 – 19 С.
4. Джунь И. В. Математическая обработка астрономической и космической информации при негаусовых ошибках наблюдений. Автореферат дис. докт. физ.-мат. наук. К.: ГАО АНУ, 1992 – 46 С.
5. Джунь И. В. Теория веса геодезического измерения, построенная на принципе правдоподобия, - Геодезия, картография и аэрофотосъемка – 1988, №47 С.9-13.
6. Branham R. L. Techniques for dealing with discordant observations. – Relativity in Celestial Mechanics and Astrometry Reidel, 1986, С.229–230.